

第五回講義 (2011/May/20)

§3 コリングウッド・テーゼの「推論」の観点からの証明

- 1、古典的プラグマティズムによるテーゼaの証明
- 2、数学的ないし論理的な言明についてのテーゼaの証明

A 証明論的意味論の紹介

- (A) 論理法則の証明論的正当化
- (B) 証明論的意味論の説明

B 証明論的意味論によるテーゼa1の証明

- (1) まず、「正規的証明を発見する方法を知っている」とは、どういうことかを説明しよう。
- (2) 証明論的意味論のテーゼとテーゼa1の矛盾の解決方法 (現在この途中)
 - (ア) まず証明論的意味論を変更する可能性を考えてみよう。
 - (イ) テーゼa1の修正案

<重要な訂正と補足>

重要な訂正:第三回講義(プリント p.17)で次のように述べました。

Prawitz の主張「ある文の主張が保証されるためには、ひとは、その文の正規的証明か、それを発見する方法か、どちらかを知らなければならない」を次のテーゼにまとめた。

証明論的意味論のテーゼ

「文を理解するには、その文の正規的証明を知らねばならない。あるいは、文を理解するには、その文の正規的証明を発見する方法を知らねばならない。」

この証明論的意味論のテーゼが誤解でした。

Prawitz の上記の主張では「ある文の主張が保証されるためには」となっていたのを、「文を理解するには、」と変更しましたが、これは不正確でした。なぜなら、この二つは同値ではなくて、偽であることが分かっている文を理解することもできるし、また真か偽かわからない文を理解することもできるからです。

昨年の講義(第9回のノートより)で次のように説明していたのが、正しい理解です。

・「数学的言明の理解」とは

「このような意味の理論では、全ての理解可能な言明が実効的に決定可能であるである、ということは少しも要求されていない。」(Dummett, 'What is the Theory of Meaning II' in *The Seas of Language*, p. 70)

「我々が言明を理解するのは、言明が与えられたときにその証明を認識する方法と我々が知っているときである。」(ibid.)

「言明の理解は、必ずしも証明を見つける能力にあるのではなく、証明が見つかったときに単にそれを認識する能力にある。」(ibid.)

言明の理解とは、このような「能力」(ability, capacity)をもつことであり、「実践的知識」(practical knowledge)、「陰伏的知識」(implicit knowledge)である。

Dummett の主張を次のようにまとめることができます。
数学的言明を理解するときには、次の①②③のどれかが成り立つ。

- ①証明を知っているとき、
- ②証明を構成する実効的な方法を知っているとき(実効的に決定可能であるとき)
- ③証明が与えられたら、それを認識する能力があるとき、

補足1:Dummett と Prawitz の違い

Prawitz は、ダメットとの違いを次のように説明している。

「Dummett の論文で説明されたように、彼[Dummett]は、数学的な文の真理を、その証明を持っていること、あるいは証明を構成するための実効的な方法を持っていることと同一視する。その際、<その方法がその文の証明を提供することができる>ことを我々が知っているかどうかには関係がない。与えられた文の証明の知識、あるいは証明を構成する実効的な方法の知識は、文が保証されているという主張と一致する。」(Dag Prawitz, 'Comments on the papers' in *Theoria* 64, 1998, p. 284)

ダメットの分析では、フェルマの最終定理は、ワイルが証明する以前には、理解されていなかったことになる。「数学的実在は、ダメットの分析では、時間とともに成長するものである」(286)しかし、数学的実在は、「我々の創造の結果として成長するものではない」と Prawitz は、考える。数学的実在を、ダメットも我々が創造するものであるとは考えない。むしろ我々の探求とともに現れてくるものと考ええる。

これに対して、Prawitz は、「その証明を持っていること、あるいは証明を発見するための方法を持つこと」と同一視する。(ibid.)ワイルがフェルマの定理を証明する前に、我々はフェルマの定理を証明する実効的な方法を持っていたのだろうか。これは、フェルマの最終定理が、我々が以前から正しいことを知っていた形式的体系の内部で定式化されたのかどうか、にかかっている。」(ibid. p.285)

Wittgenstein はダメットに比べるとより構成主義的であり、Prawitz はダメットに比べるとより実在論的である。「ダメットは、構成主義と実在論の間でゆれており、そのために矛盾を抱えており、首尾一貫していない」(重田謙さんのコメント)といえるかもしれない。

2、経験的な言明についてのテーゼaの証明

A、検証主義の意味論の説明

Dummett も Prawitz も、経験的な文について検証主義の意味論を主張するだけでなく、数学や論理学の文についての証明論的意味論も、検証主義の意味論にぞくすると考えている。

A 古い検証主義(論理実証主義の検証主義)の説明

検証とは、ある文が、観察文から論理的に証明されることである。
反証とは、ある文が、観察文から論理的に反駁されることである。

①検証も反証もされていない 検証可能で反証可能な文

問い「日本庭園の桜は散ったのだろうか」に対する答えの候補として考えられた文

「日本庭園の桜は散っている」

私が桜の木を見ていないとすると、この文が真であるか、偽であるかわからないが、しかし、それを見にゆけば、それが真であること、ないし偽であることを確認できる。つまり、検証も反証も可能である。

②検証された検証可能で反証可能な文

問い「日本庭園の桜は散ったのだろうか」に対する答えとして考えられた文

「日本庭園の桜は散っている」

私が桜の木を見て、この文が真であること確認したとすると、この文は検証された文になる。

この文は、検証された検証可能で反証可能な文である。

③反証された検証可能で反証可能な文

問い「日本庭園の桜は散ったのだろうか」に対する答えの候補として考えられた文

「日本庭園の桜は散っている」

私が桜の木を見て、この文が偽あること確認したとすると、この文は反証された文になる。

この文は、反証された検証可能で反証可能な文である。

④検証されていない 検証可能で反証不可能な文

問い「黒い桜はあるのだろうか」という問の答えの候補として考えられた文

「黒い桜がある」

私はこの文が正しいことをまだ確認していない。つまりこの文は検証されていない。しかし、私が黒い桜を見つける可能性があるので、この文は検証可能である。しかし、この文が偽であることは、私がどんなに黒くない桜の観察を重ねてもそこから論理的に帰結しないので、反証不可能である。

⑤検証された検証可能で反証不可能な文

問い「黒いスワンはいるのだろうか」という問の答えとして考えられた文

「黒いスワンがいる」

黒いスワンが見つかったそうである。私がそれを見つけたとすると、私はこの文が真であることを検証したことになる。このとき、この文は、検証された検証可能で反証不可能な文である。

⑥反証されていない 検証不可能で反証可能な文

問い「黒いスワンはいるのだろうか」という問の答えの候補として考えられた文

「黒いスワンはいない」

私は黒いスワンを見たことがない。そこでこの文が偽であることを確認していない。この文は、白いスワンの観察をどんなにたくさん積み重ねても、検証することはできない。しかし、もし黒いスワンを一話見つければ、そのときこの文は反証される。つまり、反証されていない検証不可能で反証可能な文である。

⑦反証された検証不可能で反証可能な文

問い「黒いスワンはいるのだろうか」という問の答えの候補として考えられた文

「黒いスワンはいない」

私が黒いスワンを見たとしよう。そのとき、この文が偽であることを確認し、反証したことになる。このとき、この文は反証された検証不可能で反証可能な文である。

⑧「庭の桜の花は散っているか、散っていないかのどちらかである」
これは反証可能でしょうか、検証可能でしょうか。

⑨「黒いスワンは存在するか、存在しないかのどちらかである」
これは反証可能でしょうか、検証可能でしょうか。

⑩検証不可能で反証可能な全称文
「すべての桜は、ピンクである」

もしピンクでない桜が見つければ、これは偽であるとわかる。しかし、それが見つからないかぎり、これが真であるか偽であるかはわからない。「円周率のなかに7777がある」が真か偽か、それが見つかるまでわからないのと同じく、全称文の真理値は決まらないので、「すべての桜はピンクであるか、ある桜がピンクでないか、どちらかである」ということはできない。「すべての桜は、ピンクである」の意味は分からない。

⑪検証可能で反証可能な全称文
個体の領域が有限で、与えられているならば、全称文は、検証可能で反証可能である。
「この部屋のすべての人間は、メガネをかけている」

⑫検証不可能で反証不可能な全称文
「すべてのお化けには、足がない」

⑬検証可能で反証不可能な存在文
「黒い桜がある」
黒い桜が見つければ、検証される。検証可能である。しかし、反証不可能である。

⑬検証不可能で反証不可能な存在文
「お化けがいる」
「すべての病気を治す呪文がある」
「現在のフランス王は禿である」(「現在のフランス王で禿である者が存在する」)

⑭検証不可能で反証不可能な反事実的条件文
「もし150度以上に熱したならば、このバターはとける」
「もしトースターを4分にセットしたら、このパンは真っ黒になる」

古い検証主義への批判：

(2002年前期「哲学基礎A」の第二回、第三回講義ノートを見てください。)

批判1：文がどのようにして検証されるのかを知らなくても、文の意味を理解していることがある。

事例：反事実的条件文が検証も反証もできない。

傾向性質 (dispositional property) についての言明が無意味なる。

